UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Obrázok, na ktorom je nočná obloha

Automaticky generovaný popis

TOKEN GRAFY

Bakalárska práca

2024 Timotea Chalupová

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Obrázok, na ktorom je nočná obloha

Automaticky generovaný popis

TOKEN GRAFY

Bakalárska práca

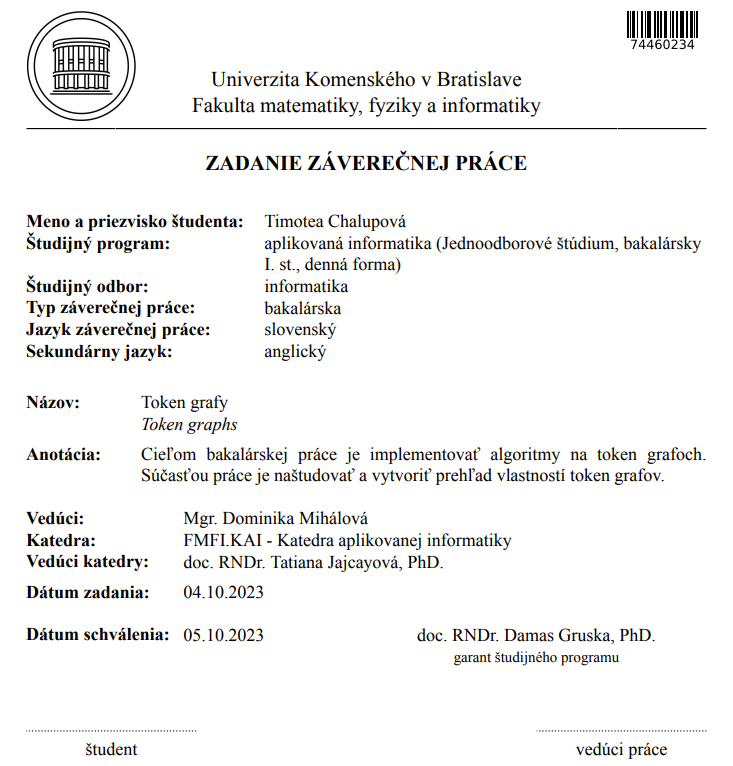
Študijný program: Aplikovaná informatika

Študijný odbor: Informatika

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej informatiky

Školiteľ: Mgr. Dominika Mihálová

Bratislava, 2024 Timotea Chalupová



**ČESTNÉ PREHLÁSENIE**

Čestne prehlasujem, že bakalársku prácu som vypracovala samostatne, len s použitím uvedenej literatúry a za pomoci konzultácií mojej školiteľky.

........................................................

Bratislava, 2024 Timotea Chalupová

**POĎAKOVANIE**

...

abstrakt

abstract

Obsah

[Úvod 1](#_Toc165639221)

[1. Základné pojmy 2](#_Toc165639222)

[1.1. Jednoduchý graf 2](#_Toc165639223)

[1.2. Pravidelný graf 2](#_Toc165639224)

[1.3. Cesty a cykly 2](#_Toc165639225)

[1.4. Hranová a vrcholová súvislosť 3](#_Toc165639226)

[1.5. Vyfarbovanie 3](#_Toc165639227)

[1.6. Obvod 3](#_Toc165639228)

[1.7. Eulerova cesta a cyklus 3](#_Toc165639229)

[1.8. Hamiltonovská cesta 4](#_Toc165639230)

[1.9. Izomorfizmus 4](#_Toc165639231)

[1.10. Strom 4](#_Toc165639232)

[1.11. Planárny graf 4](#_Toc165639233)

[1.12. Token grafy 5](#_Toc165639234)

[1.2.1.Základné vlastnosti 5](#_Toc165639235)

[1.13. Prehľad technológií 5](#_Toc165639236)

[1.13.1. Existujúce systémy 5](#_Toc165639237)

[1.13.2. Knižnice 5](#_Toc165639238)

[1.13.3. Programovací jazyk 6](#_Toc165639239)

[1.13.4. Požiadavky 6](#_Toc165639240)

[2. Návrh 7](#_Toc165639241)

[3. Implementácia 8](#_Toc165639242)

[4. Testovanie 9](#_Toc165639243)

[5. Použitá literatúra 10](#_Toc165639244)

# Úvod

V dnešnom rýchlo vyvíjajúcom sa svete, plnom rôznych informačných technológií, je dôležité hľadať nové algoritmy a dátové štruktúry, ktoré môžu nájsť uplatnenie nielen v teoretickej informatike ale aj v praxi. V matematike, v informatike a rovnako aj v reálnom svete sa veľké množstvo problémov dá znázorniť pohybom objektov po vrcholoch grafu. Z toho dôvodu sú token grafy významnou matematickou štruktúrou, ktorá nachádza využitie v analýze grafov, grafovej teórii a distribuovaných systémoch. Ich výskum a analýza môžu poskytnúť užitočné poznatky pre optimalizáciu algoritmov.

...

V prvej kapitole si objasníme základné pojmy z teórie grafov, ktoré sú nevyhnutné pre porozumenie danej problematike. (Spomenieme termíny ako sú ...). Taktiež sa pozrieme na porovnanie technológií

V druhej kapitole si priblížime

V tretej....

Cieľom je...

# Základné pojmy

V tejto kapitole vysvetlíme základné pojmy a definície, ktoré sú nevyhnutné pre vypracovanie našej práce.

## Jednoduchý graf

**Definícia:** Jednoduchý graf je usporiadaná dvojica množín , kde  je neprázdna množina vrcholov , a , množina hrán , je množina dvojíc vrcholov. Každá hrana môže byť vyjadrená ako , kde  a  sú odlišné vrcholy, t. j. , [4, s. 497].

Jednoduchý graf je jedným zo základných pojmov v teórii grafov. Neformálne napísane jednoduchý predstavuje matematickú štruktúru, ktorá sa skladá z množiny vrcholov a množiny hrán. V tomto type grafu sa nenachádzajú žiadne zložitejšie prvky, ako sú slučky alebo viacnásobné hrany.

## Pravidelný graf

**Definícia:** Ak je vrcholom grafu , potom stupeň označený ako , je počet hrán pripadajúcich na , pričom každá slučka sa počíta dvakrát. Jednoduchý graf, v ktorom majú všetky vrcholy rovnaký stupeň sa nazýva pravidelný graf, presnejšie -pravidelný graf [4, s. 499].

Pre jednoduchý graf, stupeň vrcholu je číslo vyjadrujúce počet susedov tohto vrcholu. To znamená že v -pravidelnom grafe má každý vrchol presne susedov, pričom je z intervalu 0 až .

## Cesty a cykly

**Definícia:** Predpokladajme že je graf a sú dvojice vrcholov. Cesta v  z  do je striedavá postupnosť vrcholov a hrán: pri čom koncové body hrany sú vrcholy , pre , a . Hovoríme že cesta prechádza cez vrcholy a prechádza hranami a cesta má dĺžku , nakoľko prechádza  hranami [4, s. 540]. Cesta sa nazýva cyklus ak začína a končí v tom istom vrchole, čiže ak a jej dĺžka je väčšia ako nula, takže ak . Ak cesta alebo cyklus neobsahuje žiadnu z hrán viac ako jeden raz, hovoríme o jednoduchej ceste respektíve o jednoduchom cykle [5, s. 679].

## Hranová a vrcholová súvislosť

**Definícia:** Nech je súvislý graf. Množinu A:

nazývame vrcholovým rezom grafu , ak graf je nesúvislý.

nazývame hranovým rezom grafu , ak graf je nesúvislý.

**Definícia:** Minimálna veľkosť hranového rezu sa nazýva hranová súvislosť grafu , označujeme . Graf sa nazýva k-hranovo súvislý, ak . Minimálna veľkosť vrcholového rezu sa nazýva vrcholová súvislosť grafu , označujeme . Graf sa nazýva k-vrcholovo súvislý, ak [6, s. 8].

Hranová súvislosť je teda minimálny počet hrán potrebných vymazať aby sme dostali neprepojené grafy.

Podobne vrcholová súvislosť predstavuje minimálny počet vrcholov, ktorých odstránením dostaneme neprepojené grafy.

## Vyfarbovanie

**Definícia:** Pod pojmom vyfarbovanie jednoduchého grafu rozumieme priradenie farby každému vrcholu grafu tak, aby žiadne dva susedné vrcholy nemali priradenú rovnakú farbu [5, s. 727].

## Obvod

**Definícia:** Obvod grafu označený ako je dĺžka najmenšieho cyklu v . Ak neexistuje v  žiaden cyklus [7].

## Eulerova cesta a cyklus

**Definícia:** Eulerov cyklus v grafe je jednoduchý cyklus obsahujúci každú hranu v . Eulerova cesta v  je jednoduchá cesta obsahujúca každú hranu v  [5, s. 694].

## Hamiltonovská cesta

**Definícia:** Jednoduchá cesta v , ktorá prechádza cez každý vrchol práve raz, sa nazýva Hamiltonovská cesta, a jednoduchý cyklus v  ktorý prechádza každým vrcholom práve raz sa nazýva Hamiltonovský cyklus alebo aj Hamiltonovská kružnica. Inak povedané, jednoduchá cesta v grafe je Hamiltonovská cesta ak a pre , a jednoduchý cyklus (kde ) je Hamiltonovský cyklus ak je Hamiltonovská cesta [5, s. 698].

## Izomorfizmus

**Definícia:** Jednoduché grafy a sú izomorfné ak existuje bijektívna funkcia z do s vlastnosťou že a  sú susedné v ak a iba ak a  sú susedné v , pre všetky a  vo . Takáto funkcia sa nazýva izomorfizmus [5, s. 672].

## Strom

**Definícia:** Strom je spojený neorientovaný graf ktorý nemá žiadne jednoduché cykly [5, s. 746].

## Planárny graf

**Definícia:** Planárny alebo inak nazývaný aj rovinný graf je taký graf ktorý vieme nakresliť v rovine bez prekrývania hrán. Nákres takéhoto grafu voláme planárna alebo rovinná reprezentácia grafu [5, s. 719].

## Token grafy

### 1.2.1.Základné vlastnosti

Majme graf s  vrcholmi a  je kladné celé číslo. Aby sme sa vyhli triviálnym prípadom, budeme predpokladať že . Počet vrcholov je:

## Prehľad technológií

V tejto podkapitole sa zameriame na niekoľko rôznych programovacích jazykov a knižníc, ktoré sme vzájomne porovnávali, aby sme našli najvhodnejšie technológie na implementáciu token grafov.

### Existujúce systémy

**Gelphi**

**Cytoscape**

### Knižnice

**NetworkX** je open-source knižnica pre jazyk Python, používaná najmä na vytváranie, manipuláciu a študovanie štruktúry, dynamiky a funkcií grafových štruktúr. Poskytuje veľké množstvo algoritmov na analýzu, ako sú vzdialenosti medzi uzlami, hľadanie najkratšej cesty, hľadanie najmenšieho cyklu a mnoho ďalších. Zaujímavosťou je, že vrcholom grafu môže byť čokoľvek, od textového reťazca až po obrázky [2].

**Tkinter** je open-source knižnica pre jazyk Python, určená predovšetkým na tvorbu používateľského rozhrania pre desktopové aplikácie. Vývojárom poskytuje množstvo nástrojov na vytváranie, manipuláciu a správu grafických komponentov, ako sú napríklad tlačidlá alebo polia na zadávanie textu. Tkinter je schopný práce s viacvláknovým prostredím, čo umožňuje efektívne riadenie viacerých úloh súčasne. Je obľúbený hlavne vďaka jednoduchej syntaxi a intuitívnemu používaniu [3].

### Programovací jazyk

**Python** je vysokoúrovňový interpretovaný jazyk. Medzi jeho základné vlastnosti patrí jednoduchá syntax, ktorá zlepšuje čitateľnosť. Výhodou je veľké množstvo knižníc slúžiace na prácu s webovými aplikáciami, s vývojom hier ale aj databázami a mnoho ďalšími. Taktiež je multiplatformový, takže aplikácia naprogramovaná v tomto jazyku môže byť spustená na zariadeniach s rôznymi operačnými systémami bez potreby upravovať kód. Python je na rozdiel od staticky typovaných jazykov, kde je potrebné vopred deklarovať typy všetkých dát, typovaný dynamicky [1].

### Požiadavky

**...**

# Návrh

ERD

Obrázok, na ktorom je náčrt, diagram, kresba, obrysy

Automaticky generovaný popis

# Implementácia

# Testovanie

# Použitá literatúra

[1] <https://www.python.org/doc/>

[2] <https://networkx.org/documentation/stable/>

[3] <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html>

[4] kniha

[5] Kenneth H. Rosen, Discrete Mathematics and Its Applications

[6] <https://edu.fmph.uniba.sk/~winczer/diskretna/pred8z03.pdf>

[7] <http://people.qc.cuny.edu/faculty/christopher.hanusa/courses/634sp12/Documents/634sp12ch1-4.pdf>

[8]

[9]

[10]

[11]

[12]

[13]

[14]

[15]

[16]

[17]

[18]

[19]

[20]

[21]